

SPRAWOZDANIE 3

Zajęcia nr 4 - Analiza harmoniczna - Michał Midor, gr. 5 - 22.10.2025 r.

Rozwiązanie zadań:

Zadanie 1)

Celem zadania jest reprezentacja zmiennych i funkcji za pomocą zmiennych symbolicznych dla przebiegu sygnału trójkątnego i określenie jego podstawowych parametrów w dziedzinie czasu. Do ustalenia zmiennych symbolicznych należy użyć komendy 'syms'.

```
clear all; close all;

syms t t1 t2 offset x

T0 = 1.0;          % Okres
t1 = -0.5;
t2 = t1+T0;        % t2 = 0.5
offset = T0/4;     % offset = 0.25

f0 = 1/T0;         % Czystotliwość
w0 = 2*pi*f0;      % Pulsacja

BND = [t1,t2] + offset;

x = triangularPulse(t1,0,t2,t-offset)-0.5;
```

Następnie analitycznie wyznaczam miejsca zerowe:

ANATYLICZNIE WYZNACZONE PUNKTY ZEROWE:

$$x(t) = 2*|t-0.25|*(-1) + 0.5 \Rightarrow t_0 = \{0, 0.5\}$$

I rysuję je na wykresie za pomocą czerwonych kółek - w ten sposób widać miejsca zmiany znaku funkcji.

```
t_zero_in_boundaries = [0.0, 0.5];
x_zero_value = [0, 0];

figure;
ezplot(x, BND);
grid on;
ylabel('x(t)')
xlabel('t')
title('Przebieg sygnału z zaznaczonymi zerami');

hold on;
plot(t_zero_in_boundaries, x_zero_value, 'ro', 'MarkerSize', 8, 'LineWidth', 2);
legend('x(t)', 'Punkty zmiany znaku', 'Location', 'NorthEast');
hold off;
```

Zadanie 2)

Celem tego zadania jest wyznaczenie współczynników zespolonego szeregu Fouriera dla 16-tu pierwszych funkcji bazowych, a także oznaczenie ich na wykresie. Korzystam z postaci wykładniczej szeregu Fouriera.

```
syms n
NT = 15;
X=[];
ind = -NT : NT;
for n = ind
    Xn = (1/T0)*int(x*exp(-1i*w0*n*t),t,BND); % bezpieczniej użyć -1i zamiast -i
    X(n + NT + 1) = Xn;
end

X_numeric = double(X)

figure; hold on;
stem(ind*f0,real(X_numeric),'b','LineWidth',2);
xlabel('f [Hz]')
stem(ind*f0,imag(X_numeric),'r','LineWidth',2);
grid on
legend('real(X_n)','image(X_n)','Location','NorthEast')
title('Współczynniki zespolonego szeregu Fouriera X_n')
hold off
```

Zadanie 3)

W tym zadaniu wyznaczam współczynniki do postaci trygonometrycznej szeregu Fouriera z poprzedniego zadania. W tym jak i poprzednim konwertuję na wartości numeryczne dla lepszego i pewniejszego wyświetlania na wykresie.

```
n_ind = 1:NT;
a0 = (1/T0)*int(x, t, BND);
a = zeros(1, NT + 1);
b = zeros(1, NT + 1);
a(1) = a0;
for k = n_ind
    n = k;

    an = (2/T0) * int(x * cos(n * w0 * t), t, BND);
    a(k + 1) = an;

    bn = (2/T0) * int(x * sin(n * w0 * t), t, BND);
    b(k + 1) = bn;
end

a_numeric = double(a);
b_numeric = double(b);

figure;
hold on;
```

```

f_ind = (0:NT)*f0;

stem(f_ind, a_numeric, 'b', 'LineWidth', 2);
stem(f_ind(2:end), b_numeric(2:end), 'r', 'LineWidth', 2);

xlabel('f [Hz]');
title('Współczynniki trygonometryczne szeregu Fouriera a_n i b_n');
legend('a_n (cosinusowe, w tym a_0)', 'b_n (sinusowe)', 'Location', 'NorthEast');
grid on;
hold off;

```

Porównując ze współczynnikami zespolonymi:

- X_n zawiera informacje o amplitudzie i fazie w jednej liczbie.
- A_n i B_n są określone tylko dla $n > 0$.
- A_n i B_n można uzyskać z takich relacji:

$$X_n = 1/2(A_n - jB_n)$$

$$X_{-n} = 1/2(A_n + jB_n)$$

Mnożnik 2.0 - występuje, gdyż amplituda danej harmonicznej w postaci trygonometrycznej jest dwukrotnie większa niż moduł współczynnika zespolonego. Dzieje się tak, gdyż w postaci zespolonej energia i amplituda każdej harmonicznej są **rozdzielone** na dwie części widma: dodatnią i ujemną.

Zadanie 4)

W tym zadaniu przeprowadzam rekonstrukcję sygnału ciągłego na podstawie szeregu Fouriera.

```

step = (BND(2) - BND(1))/1000;
tt = [BND(1)-T0 : step: BND(2) + T0];
xx = zeros(1,length(tt));
xx = xx + a(1); % składowa stała

figure
plot(tt,xx,'m'); grid on, hold on;
plot([0,0],[-0.6,0.6],'w.')
xlabel('t'); ylabel('x(t)');
pause(0.5)

for n = 1 : NT
    xx_n = 2*(a_numeric(n+1)*cos(w0*n*tt) + b_numeric(n+1)*sin(w0*n*tt));
    xx = xx + xx_n;
    plot(tt,xx_n,'r'); plot(tt,xx,'m');
    title(sprintf('n = %d',n+1)); pause(0.5)
end

plot(tt,xx,'k','LineWidth',3);

```

```
title('Rekonstrukcja sygnału ciągłego na podstawie szeregu Fouriera')
```